



CONAGUA
Comisión Nacional del Agua



*Proyecto de Fortalecimiento del
Manejo Integrado del Agua*

**ASISTENCIA TÉCNICA Y CAPACITACIÓN PARA
EL MEJORAMIENTO DE CAPACIDADES Y EL
DESARROLLO E IMPLEMENTACIÓN DE
HERRAMIENTAS EN MATERIA DE PRONÓSTICO
HIDROLÓGICO EN MÉXICO: MODELO DE
PRONÓSTICO EN EL RÍO GRIJALVA (2012)**

*Modelo para la relación lluvia-escorrentía considerando
métodos hidráulicos en la cuenca de los ríos de la Sierra hasta las
estaciones hidrométricas y modelo para flujo no permanente en la
cuenca baja del río Grijalva*

INFORME OMM/PREMIA No. 05/2012

Organización Meteorológica Mundial
Consultor: Óscar A. FUENTES (México)



Organización
Meteorológica
Mundial
Tiempo • Clima • Agua

Diciembre 2012

ING. JOSÉ LUIS LUEGE TAMARGO
Director General

LIC. MIGUEL AVILÁN MENDOZA
Subdirector General de Administración

LIC. ROBERTO ANAYA MORENO
Subdirector General de Administración del Agua

ING. JOSÉ RAMÓN ARDAVÍN ITUARTE
Subdirector General de Agua Potable, Drenaje y Saneamiento

ING. SERGIO SOTO PRIANTE
Subdirector General de Infraestructura Hidroagrícola

LIC. JESÚS BECERRA PEDROTE
Subdirector General Jurídico

ING. MARCO ANTONIO VELÁZQUEZ HOLGUÍN
Subdirector General de Programación

DR. FELIPE I. ARREGUÍN CORTÉS
Subdirector General Técnico

ING. RAÚL ALBERTO NAVARRO GARZA
Coordinador General de Atención de Emergencias y Consejos de Cuenca

LIC. PEDRO ANTONIO CAMACHO MARÍN
Coordinadora General de Atención Institucional, Comunicación y Cultura del Agua

LIC. YULETH KARIME OROZCO ACOSTA
Coordinadora General de Revisión y Liquidación Fiscal

MTRO. FELIPE ADRIÁN VÁZQUEZ GÁLVEZ
Coordinador General de Servicio Meteorológico Nacional

M. EN I. HORACIO RUBIO GUTIÉRREZ
Gerente de Aguas Superficiales e Ingeniería de Ríos
Subdirección General Técnica

ORGANIZACIÓN METEOROLÓGICA MUNDIAL



ROBERT MASTERS

Director del Departamento de Desarrollo y Actividades Regionales (DRA)

BRUCE STEWART

Director del Departamento de Clima y Agua (CLW)

MIGUEL ANGEL RABIOLO

Director de la Oficina Regional para las Américas (RAM)

CLAUDIO CAPONI

Jefe de la Oficina para la Creación de Capacidad en Hidrología y Gestión de los Recursos Hídricos (CBHWR))

JOSÉ ALFREDO GARZA

Jefe de la Oficina de Proyectos de la OMM en México (MEX)

Acuerdo de Cooperación Técnica SEMARNAT / CNA – OMM 2005

Proyecto de Fortalecimiento del Manejo Integrado del Agua (PREMIA)

**Programa de Trabajo CNA 2012
Anexo de Ejecución CNA – 9 Partes A y B**

NOTA

Las opiniones, conceptos y recomendaciones expresadas en el presente informe deberán ser consideradas como aquellas del consultor o consultores y no necesariamente como las de la Organización Meteorológica Mundial.

Cualquier mención o referencia de productos en el presente informe no deberá ser considerada como un aval de los mismos por parte de la Organización Meteorológica Mundial.

NOTE

The opinions, concepts and recommendations expressed in the present report should be considered as those of the consultant(s) and are not necessarily those of the World Meteorological Organization.

Any mention or reference of products contained in the present report should not be construed as their indorsement by the World Meteorological Organization.

Contenido

Lista de Figuras	¡Error! Marcador no definido.
Lista de Tablas	¡Error! Marcador no definido.
Resumen Ejecutivo	¡Error! Marcador no definido.
1 Características generales de las cuencas	¡Error! Marcador no definido.
1.1 Cuenca del río Tacotalpa	¡Error! Marcador no definido.
1.2 Cuenca del río Puyacatengo	¡Error! Marcador no definido.
1.3 Cuenca de la Estación Hidrométrica Teapa (30032)	¡Error! Marcador no definido.
1.4 Río Pichucalco	¡Error! Marcador no definido.
1.5 Cuenca de la Estación Hidrométrica Porvenir	¡Error! Marcador no definido.
2 Fisiografía de las cuencas	¡Error! Marcador no definido.
2.1 La cuenca.....	¡Error! Marcador no definido.
2.1.1 Parteaguas.....	¡Error! Marcador no definido.
2.1.2 Superficie	¡Error! Marcador no definido.
2.1.3 Perímetro	¡Error! Marcador no definido.
2.1.4 Forma.....	¡Error! Marcador no definido.
2.1.5 Pendiente.....	¡Error! Marcador no definido.
2.1.6 Orientación.....	¡Error! Marcador no definido.
2.1.7 Curva hipsométrica	¡Error! Marcador no definido.
2.1.8 Altura y Elevación promedio del relieve	¡Error! Marcador no definido.
2.1.9 Características del drenaje	¡Error! Marcador no definido.
2.2 Características del río principal.....	¡Error! Marcador no definido.
2.2.1 Longitud	¡Error! Marcador no definido.
2.2.2 Perfil longitudinal y pendiente media	¡Error! Marcador no definido.
2.2.3 Coeficientes de sinuosidad.....	¡Error! Marcador no definido.
3 Relación lluvia-escorrentía	¡Error! Marcador no definido.
3.1 Método de parámetros concentrados	¡Error! Marcador no definido.
3.1.1 Método de parámetros distribuidos Fuentes-De Luna	3
3.1.2 Ecuación de continuidad.....	7
3.1.3 Condiciones para resolver las ecuaciones	7
3.1.4 Hidrograma de entrada	9
3.1.5 Cálculo de la lluvia efectiva en cada celda por medio del método de número de curva.....	11
3.2 Cuenca de los ríos de la Sierra.....	¡Error! Marcador no definido.
3.2.1 Coeficiente de rugosidad “n” de Manning.....	¡Error! Marcador no definido.
3.3 Funcionamiento hidráulico en la cuenca baja del río Grijalva	¡Error! Marcador no definido.
3.3.1 Modelación matemática para estimar zonas inundables	¡Error! Marcador no definido.
3.3.2 Cálculo de flujo unidimensional en ríos con flujo permanente empleando el método del Instituto de Ingeniería	¡Error! Marcador no definido.
3.3.3 Apartado (Nivel 3).....	¡Error! Marcador no definido.

3.4	Cuenca de la Estación Hidrométrica "Porvenir"	¡Error! Marcador no definido.
4	Resultados	¡Error! Marcador no definido.
4.1	Cuenca de los ríos de la Sierra.....	¡Error! Marcador no definido.
4.2	Cuenca de los ríos de la Sierra.....	¡Error! Marcador no definido.
4.2.1	<i>Evento de septiembre de 2010</i>	¡Error! Marcador no definido.
4.2.2	<i>Apartado (Nivel 3)</i>	¡Error! Marcador no definido.
5	Conclusiones y recomendaciones	¡Error! Marcador no definido.
5.1	Cuenca de los ríos de la Sierra (parte alta)	¡Error! Marcador no definido.
5.1.1	<i>Las cuencas altas de los ríos de la Sierra</i>	¡Error! Marcador no definido.
5.2	Cuenca baja del río de la Sierra	¡Error! Marcador no definido.
	Anexos.....	¡Error! Marcador no definido.
	Anexo 1 – Términos de Referencia.....	¡Error! Marcador no definido.
	Anexo 2 – Modelo Digital de Elevaciones Terreno de los ríos de Sierra	¡Error! Marcador no definido.
	Anexo 4 – Manual de usuario del modelo para la estimación lluvia-escurrimiento en la cuenca de los ríos de la Sierra	¡Error! Marcador no definido.
	Anexo 5 – Manual de usuario del modelo para flujo no permanente en el sistema de ríos de la Sierra-Carrizal-Samaria.....	¡Error! Marcador no definido.
	Anexo 6 – Datos y cálculos para la morfología de las cuencas.....	¡Error! Marcador no definido.
	Anexo 7 – Secciones topográficas de los cauces	¡Error! Marcador no definido.

3.1.1. Método de parámetros distribuidos Fuentes-De Luna

Para calcular el flujo de agua de lluvia sobre el terreno se utilizan de conservación de la cantidad de movimiento para un flujo bidimensional (Mahmood y Yevjevitch, 1975):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g(S_x - S_{fx}) \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial h}{\partial y} = g(S_y - S_{fy}) \quad (3.14)$$

Debido a que los cambios de la velocidad del agua sobre el terreno son pequeños, las derivadas de u y v con respecto a x y y son eliminadas de las ecuaciones anteriores. Por lo que, al dividir entre la aceleración de la gravedad se encuentra

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial h}{\partial x} = (S_x - S_{fx}) \quad (3.15)$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial h}{\partial y} = (S_y - S_{fy}) \quad (3.16)$$

Para el cálculo de las pendientes de fricción, se propone el uso de la fórmula de Manning-Strickler. De modo que

$$S_{fx} = \frac{n^2 |u| u}{h^{4/3}} \quad (3.17)$$

$$S_{fy} = \frac{n^2 |v| v}{h^{4/3}} \quad (3.18)$$

Si se considera a las ecuaciones, 3.13 y 3.14 en las ecuaciones 3.15 y 3.16 se tiene

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{n^2 |u| u}{h^{4/3}} = -\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial x} \quad (3.19)$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{n^2 |v| v}{h^{4/3}} = -\frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} \quad (3.20)$$

Las ecuaciones 3.19 y 3.20 son ecuaciones dinámicas que describen la conservación de cantidad de movimiento considerando que el flujo se lleva a cabo en una llanura.

El principio de conservación de masa en dos dimensiones horizontales establece que

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} u h + \frac{\partial}{\partial y} v h = q \quad (3.21)$$

siendo q_A el volumen de agua de lluvia efectiva que ingresa por unidad de tiempo y unidad de área. A esta expresión también se le llama ecuación de continuidad.

Para calcular el flujo del agua en una planicie de inundación se debe resolver el sistema de ecuaciones diferenciales formado por las expresiones 3.19, 3.20 y 3.21 considerando ciertas condiciones iniciales y de frontera.

Como no existe un método analítico para encontrar la solución de las ecuaciones mencionadas, para dar con una solución aproximada de las mismas, se propone un método de diferencias finitas.

El área (en proyección horizontal) de la llanura a inundarse, se divide en celdas de forma rectangular de largo Δx y ancho Δy . El conjunto de estas celdas forma una malla (Figura 72).

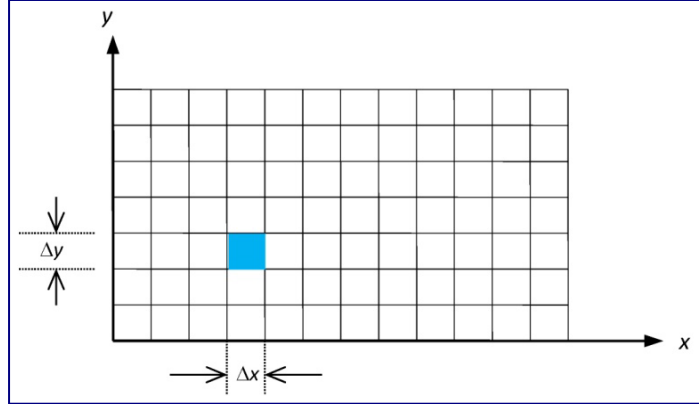


Figura 1. Zona de cálculo dentro de la cual se encuentra el área de inundación

Las ecuaciones 3.19 y 3.20 pueden escribirse como

$$|u|u + \alpha \frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} = -\alpha \left[\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} \right] \quad (3.22)$$

$$|v|v + \alpha \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} = -\alpha \left[\frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial y} \right] \quad (3.23)$$

siendo

$$\alpha = \frac{h^{4/3}}{n^2} \quad (3.24)$$

Las velocidades se consideran ubicadas a la mitad de los lados de las celdas. Los tirantes y elevaciones del terreno se localizan en el centro de ellas.

Se propone expresar la ecuación 3.22 en diferencias finitas del modo siguiente

$$|u_{i+1/2,j}^{p+1}|u_{i+1/2,j}^{p+1} + \alpha_{i+1/2,j}^p \frac{u_{i+1/2,j}^{p+1} - u_{i+1/2,j}^p}{g \Delta t} = -\alpha_{i+1/2,j}^p \left[\frac{h_{i+1,j}^p - h_{i,j}^p}{\Delta x} + \frac{z_{i+1,j} - z_{i,j}}{\Delta x} \right] \quad (3.25)$$

donde

$$x = i\Delta x; \quad y = j\Delta y; \quad t = p\Delta t \quad (3.26)$$

$$h(x, y, t) = h(i\Delta x, j\Delta y, p\Delta t) = h_{i,j}^p \quad (3.27)$$

$$u(x + \Delta x/2, y, t) = u((i + 1/2)\Delta x, j\Delta y, p\Delta t) = u_{i+1/2,j}^p \quad (3.28)$$

$$v(x, y + \Delta y/2, t) = v(i\Delta x, (j + 1/2)\Delta y, p\Delta t) = v_{i+1/2,j}^p \quad (3.29)$$

$$z(x, y) = z(i\Delta x, j\Delta y) = z_{i,j} \quad (3.30)$$

En las expresiones anteriores i y j son subíndices que se emplean para ubicar en el espacio a las literales de interés (Figura 73) y p un superíndice que representa al instante en que se considera a dichas literales.

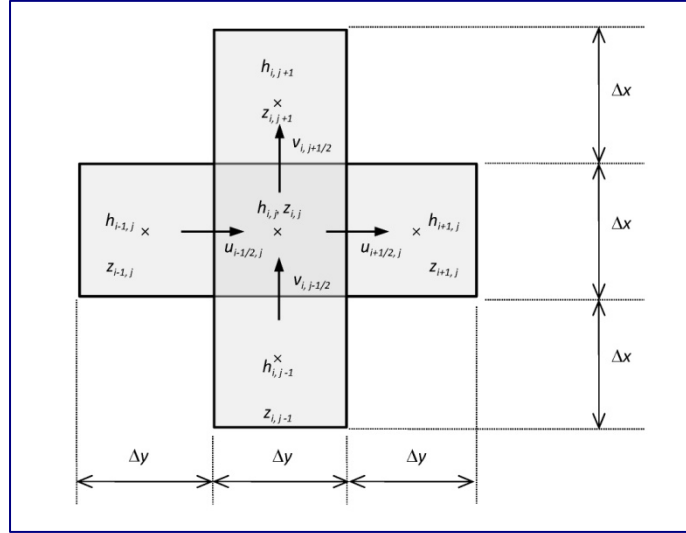


Figura 2. Arreglo de celdas considerado en el método numérico

El parámetro $\alpha_{i+1/2,j}^p$ se determina así

$$\alpha_{i+1/2,j}^p = \left(\frac{h_{i+1,j}^p + h_{i,j}^p}{2} \right)^{4/3} \frac{1}{n_{i+1/2,j}^2} \quad (3.31)$$

donde

$$n_{i+1/2,j} = \frac{n_{i,j} + n_{i+1,j}}{2}$$

La ecuación 3.26 puede ser escrita como

$$\left| u_{i+1/2,j}^{p+1} \right| u_{i+1/2,j}^{p+1} + B_x u_{i+1/2,j}^{p+1} + C_x = 0 \quad (3.32)$$

siendo

$$B_x = \frac{\alpha_{i+1/2,j}^p}{g \Delta t} \quad (3.33)$$

$$C_x = \frac{\alpha_{i+1/2,j}^p}{\Delta x} (h_{i+1,j}^p - h_{i,j}^p + z_{i+1,j} - z_{i,j}) - \frac{\alpha_{i+1/2,j}^p}{g \Delta t} u_{i+1/2,j}^p \quad (3.34)$$

Como los tirantes son positivos o nulos, B_x es positiva o igual a cero. C_x es un número real, por lo que para resolver la ecuación 3.32 se consideran dos casos:

a) $C_x \leq 0$

La velocidad $u_{i+1/2,j}^{p+1}$ sería positiva para cumplir con la ecuación 3.32. En estas condiciones

$$|u_{i+1/2,j}^{p+1}| = u_{i+1/2,j}^{p+1}$$

con lo cual la ecuación 3.32 quedaría como una ecuación de segundo grado cuya solución sería

$$u_{i+1/2,j}^{p+1} = \frac{1}{2} \left(-B_x + \sqrt{B_x^2 - 4C_x} \right) \quad (3.35)$$

El argumento de la raíz cuadrada es mayor a cero (ya que C_x es negativo o nulo) y el signo de ella debe ser positivo para que la velocidad también lo sea. Así, la velocidad resulta ser positiva.

b) $C_x > 0$

Para cumplir con la expresión 3.32 la suma de sus dos primeros términos tiene que ser negativa. Así $|u_{i+1/2,j}^{p+1}|u_{i+1/2,j}^{p+1}$ cambiaría por $-(u_{i+1/2,j}^{p+1})^2$ de modo que la solución de la ecuación de segundo grado formada se obtendría como

$$u_{i+1/2,j}^{p+1} = -\frac{1}{2} \left(-B_x + \sqrt{B_x^2 + 4C_x} \right)$$

o sea

$$u_{i+1/2,j}^{p+1} = \frac{1}{2} \left(B_x - \sqrt{B_x^2 + 4C_x} \right) \quad (3.36)$$

También en este caso el argumento de la raíz cuadrada sería positivo, y la velocidad en este caso es negativa.

Para el componente de velocidad v se sigue un razonamiento semejante. En efecto, en lugar de la expresión 3.25 se tiene que

$$|v_{i,j+1/2}^{p+1}|v_{i,j+1/2}^{p+1} + \beta_{i,j+1/2}^p \frac{v_{i,j+1/2}^{p+1} - v_{i,j+1/2}^p}{g \Delta t} = -\beta_{i,j+1/2}^p \left(\frac{h_{i,j+1}^p - h_{i,j}^p}{\Delta y} + \frac{z_{i,j+1} - z_{i,j}}{\Delta y} \right) \quad (3.37)$$

donde

$$\beta_{i,j+1/2}^p = \left[\frac{h_{i,j+1}^p + h_{i,j}^p}{2} \right]^{4/3} \frac{1}{n_{i,j+1/2}^2} \quad (3.38)$$

y

$$n_{i,j+1/2} = \frac{n_{i,j} + n_{i,j+1}}{2}$$

Reescribiendo la ecuación 3.37

$$|v_{i,j+1/2}^{p+1}|v_{i,j+1/2}^{p+1} + B_y v_{i,j+1/2}^{p+1} + C_y = 0 \quad (3.39)$$

siendo

$$B_y = \frac{\beta_{i,j+1/2}^p}{g \Delta t} \quad (3.40)$$

$$C_y = \frac{\beta_{i+1/2,j}^p}{\Delta y} (h_{i,j+1}^p - h_{i,j}^p + z_{i,j+1} - z_{i,j}) - \frac{\beta_{i,j+1/2}^p}{g \Delta t} v_{i,j+1/2}^p \quad (3.41)$$

En la dirección y se tendrá para

a) $C_y \leq 0$

$$v_{i,j+1/2}^{p+1} = \frac{1}{2} \left(-B_y + \sqrt{B_y^2 - 4C_y} \right) \quad (3.42)$$

b) $C_y > 0$

$$v_{i,j+1/2}^{p+1} = \frac{1}{2} \left(B_y - \sqrt{B_y^2 + 4C_y} \right) \quad (3.43)$$

1.1.1 Ecuación de continuidad

La ecuación 3.19 en diferencias finitas se considerará del modo siguiente

$$\begin{aligned} & \frac{h_{i,j}^{p+1} - h_{i,j}^p}{\Delta t} + \frac{u_{i+1/2,j}^{p+1}(h_{i+1,j}^p + h_{i,j}^p) - u_{i-1/2,j}^{p+1}(h_{i,j}^p + h_{i-1,j}^p)}{2\Delta x} + \\ & + \frac{v_{i,j+1/2}^{p+1}(h_{i,j+1}^p + h_{i,j}^p) - v_{i,j-1/2}^{p+1}(h_{i,j}^p + h_{i,j-1}^p)}{2\Delta y} = q_{i,j}^{p+1} \Delta x \Delta y \Delta t \end{aligned}$$

Ordenando términos se llega a

$$\begin{aligned} h_{i,j}^{p+1} = & h_{i,j}^p + q_{i,j}^{p+1} \Delta x \Delta y \Delta t - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[u_{i+1/2,j}^{p+1}(h_{i+1,j}^p + h_{i,j}^p) - u_{i-1/2,j}^{p+1}(h_{i,j}^p + h_{i-1,j}^p) \right] - \\ & - \frac{\Delta t}{2\Delta y} \left[v_{i,j+1/2}^{p+1}(h_{i,j+1}^p + h_{i,j}^p) - v_{i,j-1/2}^{p+1}(h_{i,j}^p + h_{i,j-1}^p) \right] \end{aligned} \quad (3.44)$$

Con las ecuaciones 3.35 ó 3.36, 3.42 ó 3.43 y 3.44 se obtienen los valores de u , v y h en el tiempo $(p+1)\Delta t$ para las celdas ubicadas en el interior de la zona donde ocurre la inundación.

1.1.2 Condiciones para resolver las ecuaciones

Para la solución de las ecuaciones diferenciales de movimiento se consideran las condiciones iniciales y de frontera que se describen a continuación.

1.1.2.1 Condiciones iniciales.

Para comenzar los cálculos en el modelo matemático en el tiempo inicial t_0 es necesario asignar los valores a las variables u , v y h . En este caso, como la zona aledaña al río está sin agua, a estas variables en el tiempo t_0 se les asigna cero.

Cuando existe un cuerpo de agua en la región de interés, las profundidades (h) en algunas celdas serían diferentes del valor nulo y corresponderían a tirantes conocidos de dicho cuerpo de agua.

1.1.2.2 Condiciones para las fronteras izquierda y derecha.

Se considera que en estas fronteras la velocidad es nula. Atendiendo a la distribución de variables de la Figura 73 y la Figura 74, cuando i es igual a 1, la velocidad $u_{i-1/2, j} = u_{1/2, j}$ es igual a cero. Lo mismo puede decirse de la velocidad $u_{i-1/2, j} = u_{M-1/2, j}$ cuando i adquiere su valor máximo posible en la zona en estudio ($i=M$).

En efecto, para el cálculo de la profundidad h en la frontera izquierda ($i = 1$) la ecuación 3.44 queda así

$$h_{1,j}^{p+1} = h_{1,j}^p + q_{1,j}^{p+1} \Delta x \Delta y \Delta t - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[u_{3/2,j}^{p+1} (h_{2,j}^p + h_{1,j}^p) \right] - \frac{\Delta t}{2\Delta y} \left[v_{1,j+1/2}^{p+1} (h_{1,j+1}^p + h_{1,j}^p) - v_{1,j-1/2}^{p+1} (h_{1,j}^p + h_{1,j-1}^p) \right] \quad (3.45)$$

y para la frontera derecha ($i = M$) se plantea de este modo

$$h_{M,j}^{p+1} = h_{M,j}^p + q_{M,j}^{p+1} \Delta x \Delta y \Delta t - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[-u_{M-1/2,j}^{p+1} (h_{M,j}^p + h_{M-1,j}^p) \right] - \frac{\Delta t}{2\Delta y} \left[v_{M,j+1/2}^{p+1} (h_{M,j+1}^p + h_{M,j}^p) - v_{M,j-1/2}^{p+1} (h_{M,j}^p + h_{M,j-1}^p) \right] \quad (3.46)$$

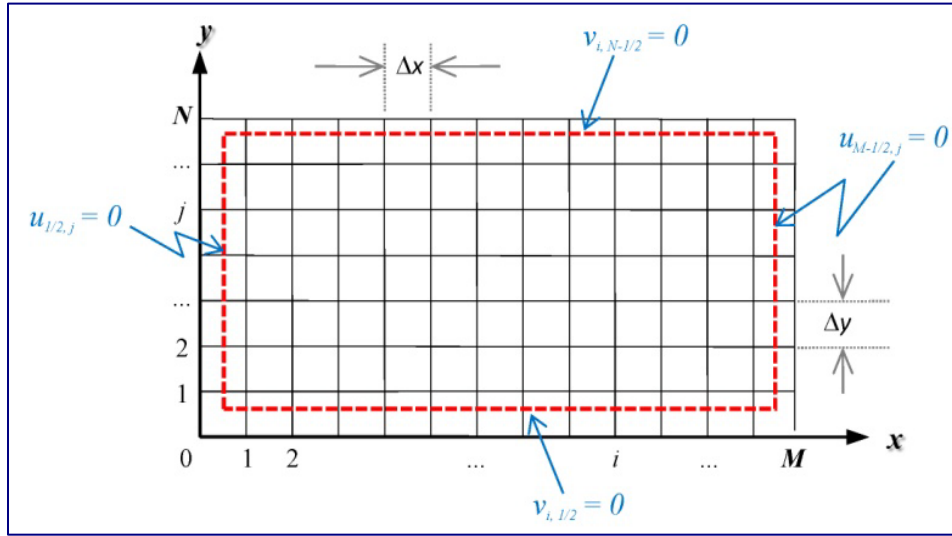


Figura 3. Condiciones de frontera consideradas en el esquema de cálculo

1.1.2.3 Condiciones para las fronteras superior e inferior.

Se considera que en estas fronteras la velocidad es igual a cero. Así en las celdas de la frontera superior ($j=N$) se tiene que $v_{i,j-1/2} = v_{i,N-1/2} = 0$. En lo que respecta a la frontera inferior ($j=1$), las velocidades $v_{i,j-1/2} = v_{i,1/2}$ también son iguales a cero (figura 30).

De la ecuación 3.42, el cálculo de la profundidad h para la frontera superior se calcula con la expresión siguiente

$$h_{i,N}^{p+1} = h_{i,N}^p + q_{i,N}^{p+1} \Delta x \Delta y \Delta t - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[u_{i+1/2,N}^{p+1} (h_{i+1,N}^p + h_{i,N}^p) - u_{i-1/2,N}^{p+1} (h_{i,N}^p + h_{i-1,N}^p) \right] - \frac{\Delta t}{2\Delta y} \left[-v_{i,N-1/2}^{p+1} (h_{i,N}^p + h_{i,N-1}^p) \right] \quad (3.47)$$

y para la frontera inferior se tiene

$$h_{i,1}^{p+1} = h_{i,1}^p + q_{i,1}^{p+1} \Delta x \Delta y \Delta t - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[u_{i+1/2,1}^{p+1} (h_{i+1,1}^p + h_{i,1}^p) - u_{i-1/2,1}^{p+1} (h_{i,1}^p + h_{i-1,1}^p) \right] - \frac{\Delta t}{2\Delta y} \left[v_{i,3/2}^{p+1} (h_{i,2}^p + h_{i,1}^p) \right] \quad (3.48)$$

1.1.3 Hidrograma de entrada.

El sitio de entrada del hidrograma puede ser cualquiera de las celdas, de preferencia en las de la frontera. Suponiendo el caso de que sea en la frontera inferior ($j = 1$), se requiere conocer el gasto Q que ingresa a la malla durante cada intervalo Δt .

El gasto se considera igual a

$$Q = B q$$

donde B es igual a la longitud por donde entra el gasto y q es el gasto unitario. La longitud B es igual a Δx (si ingresa en dirección paralela al eje y) o a Δy (si ingresa en dirección paralela al eje x).

En las orillas de las celdas donde entra el gasto que produce la inundación se especifica el gasto unitario q . Por ejemplo, si se lleva a cabo por el lado inferior de la celda $i,1$ mostrada en la Figura 75 se tiene

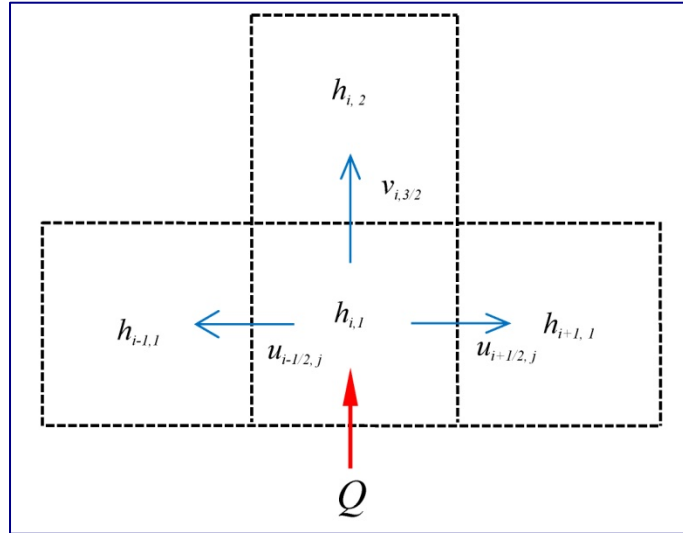


Figura 4. Ingreso del gasto que produce la inundación

La ecuación de continuidad 3.44 queda:

$$h_{i,1}^{p+1} = h_{i,1}^p + q_{i,j}^{p+1} \Delta x \Delta y \Delta t - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[u_{i+1/2,1}^{p+1} (h_{i+1,1}^p + h_{i,1}^p) - u_{i-1/2,1}^{p+1} (h_{i,1}^p + h_{i-1,1}^p) \right] - \frac{\Delta t}{2\Delta y} \left[v_{i,3/2}^{p+1} (h_{i,2}^p + h_{i,1}^p) + 2Q \right] \quad (3.49)$$

El gasto que entra a la zona de inundación varía en el tiempo

a) Desbordamiento del río.

Sea Δh la diferencia de elevación entre el nivel máximo de la superficie libre del agua en el río y la elevación del bordo que se rebasa (Figura 76). El gasto de pico se calcula como una

descarga por un vertedor de cresta ancha (sobre el bordo del río). Como el gasto unitario para una descarga con tirante crítico (y_c) es

$$q = \sqrt{g y_c^3}$$

como el tirante crítico es 2/3 de la energía específica en ella, es decir

$$y_c = \frac{2\Delta h}{3}$$

resulta que

$$Q_p = Bq = B\sqrt{g}\left(\frac{2}{3}\right)^{3/2}\Delta h^{3/2}$$

tomando en cuenta que $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ se encuentra

$$Q_p = 1.705 B \Delta h^{3/2} \quad (3.50)$$

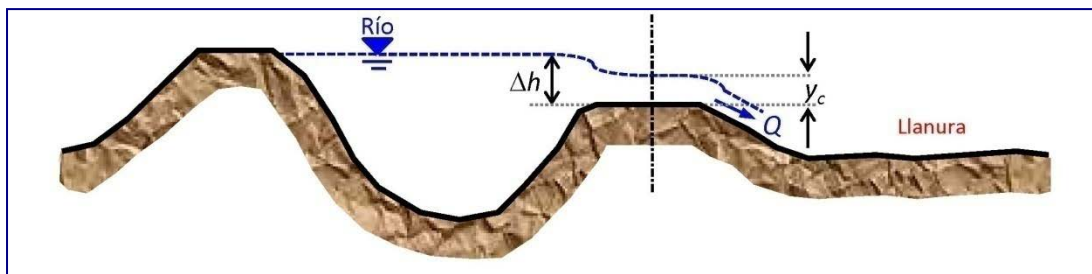


Figura 5. Corte transversal en el tramo del río que se desborda

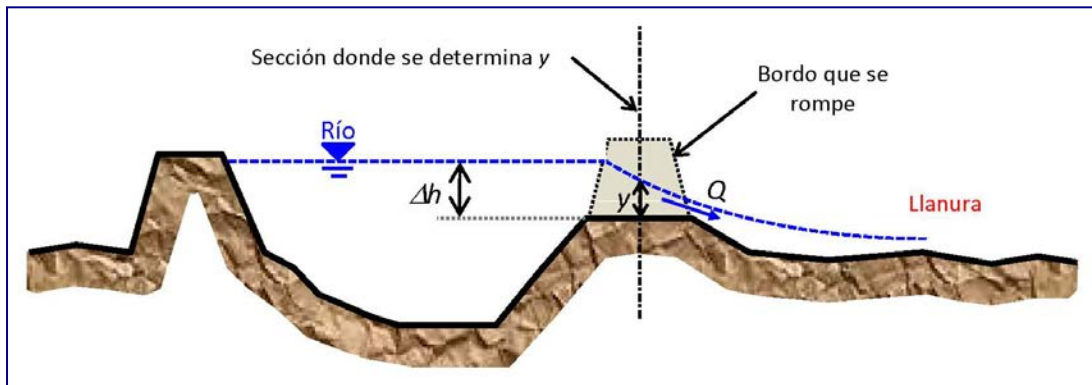


Figura 6. Corte transversal de la ruptura de un bordo

Para iniciar o concluir el flujo superficial se requiere incluir en el cálculo de las velocidades de movimiento del agua ciertas condiciones.

Se observa en las ecuaciones 3.14 y 3.20 que si la derivada parcial del tirante es nula y la derivada parcial de la elevación del fondo es distinta de cero, la velocidad debe ser igual a cero. De este modo, el método numérico cumple con la ecuación de continuidad y conforme transcurre el tiempo, se establece un flujo bidimensional en la llanura y, si no tiene aportaciones ni extracciones de gasto, las velocidades tienden a cero.

En el diagrama de la Figura 78 se muestra la forma en que se lleva a cabo el cálculo de las velocidades en la dirección x en el método numérico.

Para la velocidad en la dirección y se sigue un procedimiento similar.

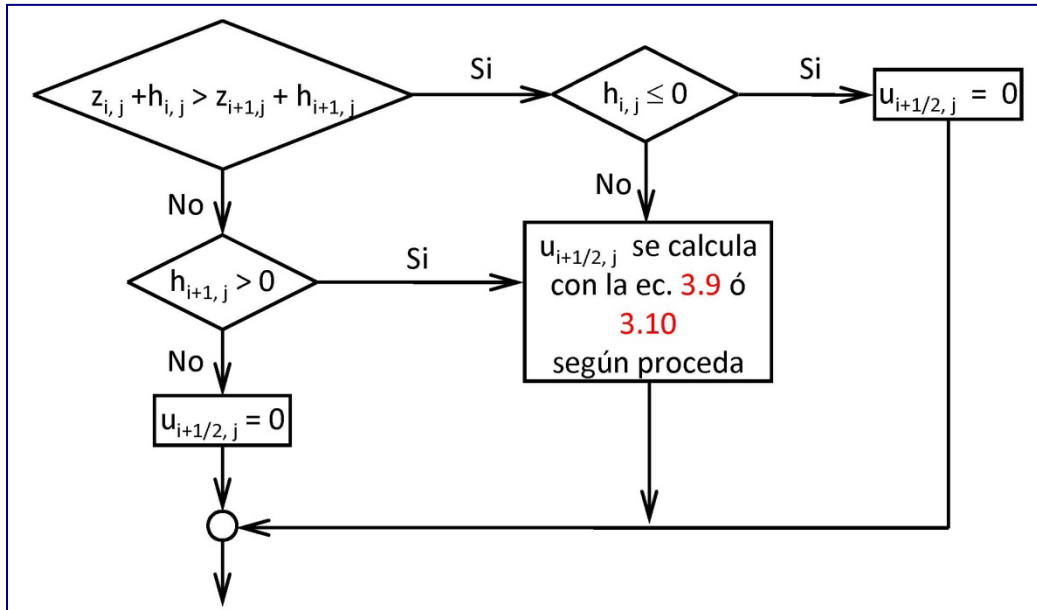


Figura 7. Cálculo de las velocidades del flujo en el método numérico

1.1.4 Cálculo de la lluvia efectiva en cada celda por medio del método de número de curva.

El método de curva fue propuesto en los estados Unidos en 1964 por el Soil Conservation Service S.C.S., actualmente National Resources Conservation Service N.R.C.S..

Con el método se estima la precipitación efectiva o en exceso a partir de la precipitación total al descontar lámina de lluvia que se pierde por infiltración, la evapotranspiración, la intercepción y el almacenamiento superficial.

1.1.4.1 Tormenta aislada

El método del número de curva se basa en la estimación directa de la lámina lluvia efectiva que produce una tormenta aislada a partir de características del suelo, uso del mismo y de su cubierta vegetal.

El número adimensional del número de curva N , que varía de 1 a 100, . N igual a 1 indica que toda la lluvia infiltra y un N de 100 que toda la precipitación es efectiva.

En el método se considera que el suelo tiene cierta cantidad de humedad, que a medida que aumenta, la precipitación efectiva será mayor y que cuando disminuye la humedad del suelo, la precipitación efectiva, se reduce.

El método del número de curva se apoya en las siguientes hipótesis:

a) La precipitación efectiva comienza cuando la precipitación P excede a un umbral de lámina de pérdida (principalmente por la infiltración, también llamada abstracción original I_0 y que la lámina de pérdida máxima es S .

b) El umbral de lámina de pérdida es I_0 inicial es el 20% de la lámina de pérdida máxima S . es decir, $I_0 = 0.2S$.

c) Se acepta que la precipitación efectiva total P_n , la precipitación efectiva total máxima $(P_n)_{\max}$, el umbral de lámina de pérdida I y el umbral de lámina de infiltración máxima $(I_0)_{\max}$ están relacionados de la manera siguiente:

$$\frac{I}{(I_0)_{\max}} = \frac{P_n}{(P_n)_{\max}} \quad (3.51)$$

d) Se considera que $(I_0)_{\max} = S$ y que $(P_n)_{\max} = P - I_0$, por lo que la ecuación 1 queda

$$\frac{I}{S} = \frac{P_n}{P - I_0} \quad (3.52)$$

e) La precipitación total menos la lámina de pérdida inicial $(P - I_0)$ es igual a la precipitación efectiva total más la lámina de pérdida total que produjo $(P_n + I)$, o sea

$$P - I_0 = P_n + I \quad (3.53)$$

al despejar a la lámina de infiltración total producida

$$I = (P - I_0) - P_n \quad (3.54)$$

por lo que la ecuación 3.52 se puede escribir como

$$\frac{(P - I_0) - P_n}{S} = \frac{P_n}{P - I_0} \quad (3.55)$$

al despejar a la lámina de lluvia efectiva P_n

$$P_n = \frac{(P - I_0)^2}{S + P - I_0} \quad (3.56)$$

al considerar la hipótesis b:

$$P_n = \frac{(P - 0.2S)^2}{P + 0.8S} \quad (3.57)$$

Cuando se maneja la lámina de lluvia en mm, la lámina de pérdida máxima es S se ha representado como

$$S = \frac{25400}{N} - 254 \quad (3.58)$$

El número de curva se puede seleccionar de acuerdo con el uso de la tierra, la pendiente del terreno y grupo de suelo.

El suelo se clasifica en los cuatro grupos como sigue:

- A. En ellos el agua se infiltra rápidamente, aun cuando estén muy húmedos. Profundos y de texturas gruesas (arenosas o areno-limosas), están excesivamente drenados.
- B. Cuando están muy húmedos tienen una capacidad de infiltración moderada. La profundidad de suelo es de media a profunda y su textura es franco-arenosa, franca, francoarcillosa o franco limosa. Están bien o moderadamente drenados.
- C. Cuando están muy húmedos la infiltración es lenta. La profundidad de suelo es inferior a la media y su textura es franco-arcillosa, franco-arcillo-limosa o arcillo-arenosa. Son suelos imperfectamente drenados.
- D. Cuando están muy húmedos la infiltración es muy lenta. Tienen horizontes de arcilla en la superficie o próximos a ella y están pobremente o muy pobremente drenados. También se incluyen aquí los terrenos con nivel freático permanentemente alto y suelos de poco espesor (litosuelos).

Los números de curva N se aplican para diferentes condiciones de humedad antecedente, siendo la condición II la que corresponde a humedad media del suelo. Si en el momento de producirse la precipitación el suelo se encuentra saturado de acuerdo con lluvias precedentes en el período de 5 días anteriores, se supone un aumento de la lluvia efectiva (condición III); por el contrario, si el suelo está seco la infiltración será predominante, por lo que la lluvia efectiva disminuye (condición I). En la Tabla 25 aparecen los factores por los que se tiene que multiplicar a la lámina de pérdida máxima S de la ecuación 3.58 para obtener la precipitación neta y en la Tabla 26 se muestran los valores del número de curva N .

Tabla 1 Factores a multiplicar la lámina de pérdida máxima S

Condición de humedad previa	Precipitación total en los 5 días anteriores		Multiplicar lámina de pérdida máxima S por
	Plantas en periodo latente	Plantas en periodo de crecimiento	
I seca	Menor a 13 mm	Menor de 35mm	2.38
II normal	De 13 a 32 mm	De 35 a 52 mm	1
III húmeda	Mayor a 32 mm	Mayor de 52 mm	0.42

En la Figura 79 se muestra la relación entre la precipitación total, número de curva y precipitación efectiva.

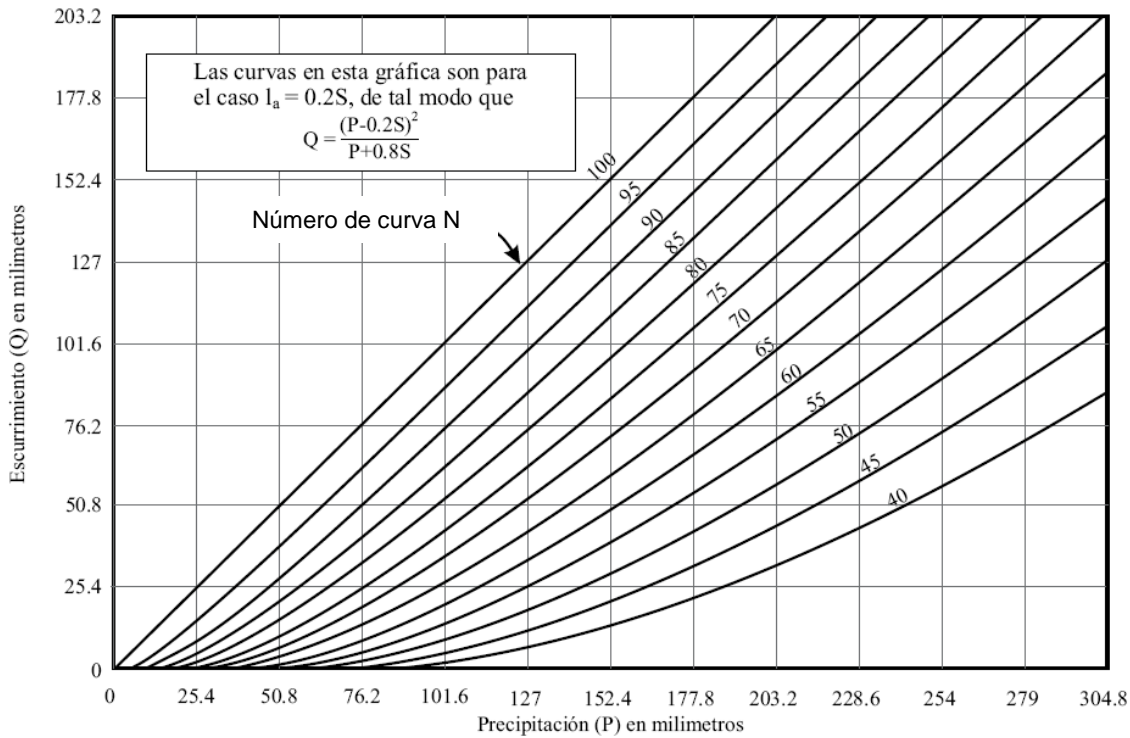


Figura 8. Cálculo de precipitación efectiva con el método de número de curva

1.1.4.2 Tormenta continua

Para representar a las actuales condiciones de humedad del suelo en los modelos de predicción del escurrimiento a partir de la precipitación, de manera similar a lo que emplearon Betson et al 1969, Kohler y 1951 Linsley, Lee y Bray 1969, Sittner et al 1969 con índice de precipitación antecedente, se considera que la ecuación siguiente:

$$I^{m+1} = C\Delta t I^m + P^{m+1} \quad (3.59)$$

con las dos condiciones siguientes: si $I^{m+1} < 0.2S$ entonces $I^{m+1} = 0.2S$ o si $I^{m+1} > S$ entonces $I^{m+1} = S$.

En las ecuaciones anteriores I^{m+1} es pérdida de lámina de lluvia entre el tiempo $m\Delta t$ e $(m+1)\Delta t$, P^{m+1} es la precipitación que se produce entre el tiempo $m\Delta t$ e $(m+1)\Delta t$ y C es el coeficiente de recesión (día^{-1}). De esta manera, las precipitaciones anteriores deben tener menos influencia sobre la respuesta de los escurrimientos que la precipitación reciente.

El coeficiente de recesión C representa la "memoria" de una cuenca determinada por la descomposición del efecto de lluvia acumulada en cada paso de tiempo, suele tener un valor de 0.9/día.

Una pérdida de lámina de lluvia I^m de largo plazo refleja las condiciones estacionales de humedad, mientras que una I^m de corto plazo refleja la intensidad de las lluvias más reciente que influye en el caudal máximo.

La determinación del coeficiente de recesión impone si una pérdida de lámina de lluvia I^m determinada decae rápidamente o lentamente.

La precipitación efectiva en el tiempo $(m+1)\Delta t$ se obtiene con la fórmula del método de la curva N por medio de la siguiente expresión:

$$P_n^{m+1} = \frac{(P^{m+1} - I^m)^2}{S + P^{m+1} - I^m} \quad (3.60)$$

Para el modelo matemático de parámetros distribuidos se considera que

$$q_{i,j}^{p+1} = \frac{(P_{i,j}^{p+1} - I_{i,j}^m)^2}{S_{i,j} + P_{i,j}^{p+1} - I_{i,j}^m} \quad (3.61)$$

y que

$$I_{i,j}^{p+1} = C\Delta t I_{i,j}^p + P_{i,j}^{m+1} \quad (3.62)$$

con las dos condiciones siguientes: si $I_{i,j}^{p+1} < 0.2S_{i,j}$ entonces $I_{i,j}^{p+1} = 0.2S_{i,j}$ o si $I_{i,j}^{m+1} > S_{i,j}$ entonces $I_{i,j}^{p+1} = S_{i,j}$. donde $S_{i,j} = \frac{25400}{N_{i,j}} - 254$.

Tabla 2 Valores de número de curva N

Uso de la tierra N el cultivo sigue las curvas de nivel R el cultivo sigue la línea de máxima pendiente	Pendiente (%)	Grupo de suelo			
		A	B	C	D
Barbecho R	mayor o igual al 3%	77	68	89	93
Barbecho N	mayor o igual al 3%	74	82	86	89
Barbecho R/N	menor al 3%	71	78	82	86
Cultivos en hilera R	mayor o igual al 3%	69	79	86	89
Cultivos en hilera N	mayor o igual al 3%	67	76	82	86
Cultivos en hilera R/N	menor al 3%	64	73	78	82
Cereales de invierno R	mayor o igual al 3%	63	75	83	86
Cereales de invierno N	mayor o igual al 3%	61	73	81	83
Cereales de invierno R/N	menor al 3%	59	70	78	81
Rotación de cultivos pobres R	mayor o igual al 3%	66	77	85	89
Rotación de cultivos pobres N	mayor o igual al 3%	64	75	82	86
Rotación de cultivos pobres R/N	menor al 3%	63	73	79	83
Rotación de cultivos densos R	mayor o igual al 3%	58	71	81	85
Rotación de cultivos densos N	mayor o igual al 3%	54	69	78	82
Rotación de cultivos densos R/N	menor al 3%	52	67	76	79
Pradera pobre	mayor o igual al 3%	68	78	86	89
Pradera media	mayor o igual al 3%	49	69	78	85
Pradera buena	mayor o igual al 3%	42	60	74	79
Pradera muy buena	mayor o igual al 3%	9	55	69	77
Pradera pobre	menor al 3%	46	67	81	88
Pradera media	menor al 3%	9	59	75	83
Pradera buena	menor al 3%	29	48	69	78
Pradera muy buena	menor al 3%	17	33	67	76
Plantaciones regulares de aprovechamiento forestal pobre	mayor o igual al 3%	45	66	77	83
Plantaciones regulares de aprovechamiento forestal media	mayor o igual al 3%	9	60	73	78
Plantaciones regulares de aprovechamiento forestal buena	mayor o igual al 3%	3	54	69	77
Plantaciones regulares de aprovechamiento forestal pobre	menor al 3%	40	60	73	78
Plantaciones regulares de aprovechamiento forestal media	menor al 3%	5	54	69	77
Plantaciones regulares de aprovechamiento forestal buena	menor al 3%	25	50	67	76
Masa forestal (bosques monte bajo) muy clara		56	75	86	91
Masa forestal (bosques monte bajo) clara		46	68	78	83
Masa forestal (bosques monte bajo) media		40	60	69	76
Masa forestal (bosques monte bajo) espesa		6	52	62	69
Masa forestal (bosques monte bajo) muy espesa		29	44	54	60
Rocas permeables	mayor o igual al 3%	94	94	94	94
Rocas permeables	menor al 3%	91	91	91	91
Rocas impermeables	mayor o igual al 3%	96	96	96	96
Rocas impermeables	menor al 3%	93	93	93	93